Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

(ПНИПУ)

Факультет: Электротехнический (ЭТФ)

Направление: 09.04.04 – Программная инженерия (ПИ)

Профиль: Разработка программно-информационных систем(РИС)

Кафедра информационных технологий и автоматизированных систем (ИТАС)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ИТАС: д-р экон. наук, проф.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Р.А. Файзрахманов

«\_\_\_\_\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2025 г.

**КурСовая работа**

по дисциплине

«Математические методы теории систем»

на тему

**Реализация математической модели процесса электроэрозионной обработки**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент: |  | Мехоношин Владислав Антонович |
|  | (подпись, дата) |  |
| Группа: | РИС-24-1М | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Дата сдачи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Дата защиты \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Оценка \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | | | |
| Руководитель КР: |  | Старший преподаватель кафедры ИТАС Аксёнов А.А. |
| (подпись, дата) |

**Пермь 202****5**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

(ПНИПУ)

Факультет: Электротехнический (ЭТФ)

Направление: 09.04.04 – Программная инженерия (ПИ)

Профиль: Разработка программно-информационных систем (РИС)

Кафедра информационных технологий и автоматизированных систем (ИТАС)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ИТАС: д-р экон. наук, проф.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Р.А. Файзрахманов

«\_\_\_\_\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  2025 г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение курсовой работы**

Фамилия, имя, отчество: Мехоношин Владислав Антонович

Факультет Электротехнический Группа РИС-24-1м

Начало выполнения работы: 01.10.2024

Контрольные сроки просмотра работы: 07.11, 16.11, 30.11, 07.12

Защита работы: 21.12.2024

1. Наименование темы: «Реализация математической модели процесса электроэрозионной обработки».

2. Исходные данные к работе (проекта):

Объект исследования – объектом исследования является процесс электроэрозионной обработки, включая оборудование, используемое для этой цели, и методы, которые можно использовать для его моделирования в виртуальной среде.

Предмет исследования – предметом исследования является разработка алгоритмов и моделей, необходимых для создания реалистичного симулятора электроэрозионного станка.

Цель работы (проекта) – реализация модели, позволяющей симулировать процесс удаления материала с заготовки.

3. Содержание:

3.1 Обзор существующих методов решения поставленной проблемы

3.2 Метод решения проблемы

3.3 Экспериментальный раздел

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Руководитель КР: |  | Стар. Преп. Каф. ИТАС Аксёнов А.А. |
| (подпись, дата) |
| Задание получил: |  | Мехоношин Владислав Антонович |
| (подпись, дата) |

КАЛЕНДАРНЫЙ  ГРАФИК  ВЫПОЛНЕНИЯ

КУРСОВОЙ  РАБОТЫ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  пп | Этапы работы | Объём  этапа, % | Сроки выполнения | | Примеча-ние |
| Начало | Конец |
| 1. | Обзор существующих методов решения поставленной проблемы | 30 | 01.10.24 | 31.10.24 |  |
| 2. | Метод решения проблемы | 10 | 01.11.24 | 20.11.24 |  |
| 3. | Эксперимент | 30 | 21.11.24 | 10.12.24 |  |
| 4. | Оформление курсовой работы | 30 | 11.12.24 | 20.12.24 |  |
| 5. | Защита курсовой работы | 5 | 21.12.22 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Руководитель КР: |  | Стар. Преп. Каф. ИТАС Аксёнов А.А. |
| (подпись, дата) |
| Задание получил: |  | Мехоношин Владислав Антонович |
| (подпись, дата) |

**РЕФЕРАТ**

Курсовая работа содержит 19 c., 1 рис., 3 источников.

ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННЫЙ ПРОЦЕСС, СНЯТИЕ МАТЕРИАЛА, МОДЕЛЬ, ОБРАБОТКА.

Объект исследования – объектом исследования является процесс электроэрозионной обработки, включая оборудование, используемое для этой цели, и методы, которые можно использовать для его моделирования в виртуальной среде.

Предмет исследования – предметом исследования является разработка алгоритмов и моделей, необходимых для создания реалистичного симулятора электроэрозионного станка.

Цель работы (проекта) – реализация модели, позволяющей симулировать процесс удаления материала с заготовки.

В результате работы был произведен комплексный анализ существующих методов решения поставленной задачи.

Реализована модель позволяющая отслеживать тепловую часть процесса электроэрозионной обработки и само снятие материала с заготовки.

**Введение**

В современном машиностроении существует устойчивая тенденция к миниатюризации деталей и созданию изделий с микро размерными элементами. Особую роль в производстве таких изделий играет электроэрозионная обработка (ЭЭО), позволяющая формировать прецизионные элементы в деталях из труднообрабатываемых материалов независимо от их механических свойств.

Электроэрозионное прошивание микроотверстий представляет собой сложный физико-технический процесс, при котором съем материала осуществляется за счет электрической эрозии, возникающей в результате импульсных разрядов между электродом-инструментом и обрабатываемой деталью. Данный метод позволяет получать отверстия диаметром от нескольких микрометров до нескольких миллиметров с высокой точностью и качеством поверхности.

Несмотря на широкое практическое применение, процесс электроэрозионной обработки встречается с множеством препятствий как при его исследовании, так и при изучении. Главными препятствиями является дороговизна оборудования и сложность отслеживания необходимых для исследования параметров.

Актуальность данной работы обусловлена необходимостью выбора адекватной математической модели процесса электроэрозионной обработки, позволяющей прогнозировать результаты обработки для дальнейшего ее применения в симуляторе электроэрозионного станка.

Целью работы является реализация математической модели процесса электроэрозионной обработки, учитывающей основные физические явления и позволяющей прогнозировать геометрические параметры получаемых отверстий.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Проанализировать существующие подходы к моделированию процесса электроэрозионной обработки;
2. Разработать математическую модель процесса электроэрозионного прошивания микроотверстий;
3. Создать программное обеспечение для реализации разработанной модели;
4. Провести экспериментальные исследования для проверки адекватности модели.

Практическая значимость работы заключается в возможности использования разработанной модели для прогнозирования результатов обработки и оптимизации технологических режимов электроэрозионного прошивания микроотверстий, что позволит повысить эффективность производства прецизионных деталей.

1. **Обзор методов решения проблемы**

**1.1 Анализ предметной области**

Электрическая эрозия – разрушение поверхности электродов, сопровождающееся съемом металла при прохождении между электродами электрических разрядов. [1]

Электроэрозионная обработка (ЭЭО) является одним из эффективных методов обработки труднообрабатываемых материалов. Особенность данного метода заключается в способности резать твердый материал без физического контакта между инструментом и заготовкой, где удаление материала происходит за счет искровой эрозии.

Одной из основных проблем при создании симулятора электроэрозионного станка является симуляция процесса удаления материала с заготовки.

**1.2 Анализ существующих методов решения**

Было решено провести анализ существующих методов моделирования процесса электрической эрозии. Для этого была проанализирована информация, данная в статье исследователей Джогендра Бхарти и Сукхдип Сингх Дхами.[2]

За последние десятилетия было разработано несколько подходов к моделированию процесса ЭЭО, которые можно разделить на следующие основные группы:

Тепловые модели:

Исследователи Tiwari и др. разработали двухмерную осесимметричную конечно-элементную модель для прогнозирования диаметра кратера и скорости обработки. Модель основана на уравнении теплопроводности Фурье с применением гауссовой тепловой струи.

Статистические и вычислительные модели:

* Применение искусственных нейронных сетей (ANN)
* Использование программирования экспрессии генов (GEP)
* Методы оптимизации роя частиц

Параметрические модели оптимизации:

* Ортогональные решетки Тагути
* Методология поверхности отклика (RSM)

В данной работе был выбран подход, основанный на математическом моделировании эволюции обрабатываемой поверхности, который включает:

* математическое определение месторасположения разряда
* моделирование тепловых процессов при единичном разряде
* моделирование удаления металла с поверхности заготовки

Преимущество выбранного метода заключается в том, что он позволяет определить расположение центра канала разряда как на поверхности заготовки, так и на поверхности электрода-инструмента. Это дает возможность прогнозировать не только форму, размеры и шероховатость получаемого микроотверстия, но и износ электрода-инструмента в процессе обработки, что является существенным преимуществом по сравнению с другими моделями.

Важно отметить, что многие существующие модели имеют ограничения, например, некоторые требуют большого объема вычислений для расчета электрического поля в межэлектродном пространстве, другие не учитывают износ электрода-инструмента. Выбранный метод позволяет преодолеть эти ограничения и обеспечивает более комплексный подход к моделированию процесса ЭЭО.

1. **Метод решения**

В предыдущем разделе было упомянуто, что в данной работе был выбран подход, основанный на математическом моделировании эволюции обрабатываемой поверхности. Данный подход описан в статье исследователей Т.З. Нгуена и В.М. Волгина. [3]

Таким образом было принято решение о реализации данного подхода на базе языка программирования python. Для дальнейшего анализа его пригодности в симуляторе электроэрозионного станка.

**2.1 Алгоритм расчета модели**

В процессе моделирования электроэрозионной обработки ключевым этапом является определение алгоритма расчета и основных математических зависимостей. Рассмотрим основные этапы алгоритма и математический аппарат, используемый для моделирования процесса.

Алгоритм моделирования включает следующие этапы:

1. Определение исходных параметров системы:

* геометрические параметры заготовки и электрода-инструмента
* электрические параметры обработки (напряжение, сила тока)
* временные характеристики импульсов
* свойства материалов электродов

1. Расчет расстояния между электродами. На данном этапе используются основные математические зависимости:

d(AB) = √((Ax - bx)² + (Ay - by)²)

где d(AB) - расстояние между точками электродов, Ax, Ay - координаты точки на поверхности электрода-инструмента, bx, by - координаты точки на поверхности заготовки.

Для определения оптимального положения разряда используются дополнительные условия:

∇d(AB)x = 0 (2) ∇d(AB)y = 0

где ∇d(AB)x и ∇d(AB)y - градиенты расстояния по соответствующим координатам.

1. Моделирование формирования единичной лунки:

* определение зоны термического воздействия
* расчет объема удаляемого материала
* формирование геометрии лунки

1. Учет эффекта последействия при формировании последующих лунок. При этом координаты и параметры каждой последующей лунки корректируются с учетом изменений, внесенных предыдущими разрядами.
2. Расчет параметров формируемой поверхности:

* определение глубины прошивания
* расчет шероховатости
* анализ отклонений формы

Для повышения точности моделирования необходимо учитывать следующие факторы:

а) При подвижном электроде-инструменте:

* скорость перемещения электрода
* изменение межэлектродного промежутка
* износ электрода-инструмента

б) При неподвижном электроде-инструменте:

* накопление погрешностей формообразования
* влияние продуктов эрозии
* локальные изменения электрического поля

Математическая модель также должна учитывать влияние формы торцевой поверхности электрода-инструмента на распределение электрического поля. Для различных форм (кривая, коническая, сложная) используются соответствующие геометрические функции, описывающие профиль электрода.

Для оценки эффективности процесса обработки используются критерии:

* производительность съема материала: Q = V/t где V - объем удаленного материала, t - время обработки
* точность формообразования: δ = |Dфакт - Dзад| где Dфакт - фактический размер, Dзад - заданный размер

Реализация данного алгоритма позволяет создать компьютерную модель процесса электроэрозионного прошивания микроотверстий, учитывающую основные физические явления и технологические особенности процесса. На основе результатов моделирования возможно прогнозирование качества обработанной поверхности и оптимизация режимов обработки.

**2.2 Реализация модели**

Предлагаемая реализация представляет собой численное моделирование процесса электроэрозионной обработки (ЭЭО) с использованием трехмерной сеточной модели. Модель учитывает основные физические процессы, происходящие при ЭЭО, но имеет ряд упрощений по сравнению с полной физической моделью, описанной в литературе.

Основные особенности реализации:

1. Пространственная дискретизация:

* Рабочее пространство разбивается на трехмерную сетку конечных элементов
* Каждый элемент сетки может находиться в одном из двух состояний: содержать материал или быть пустым
* Размер ячейки сетки фиксирован и определяется параметром cell\_size

1. Моделирование теплового воздействия:

* Тепловой поток от плазменного канала моделируется с использованием гауссова распределения
* Радиус плазменного канала рассчитывается на основе эмпирической зависимости от тока и длительности импульса
* Учитывается теплопроводность материала и теплообмен с окружающей средой

1. Упрощения модели:

* Не учитывается гидродинамика расплавленного металла
* Не моделируется формирование и развитие плазменного канала
* Отсутствует учет изменения теплофизических свойств материала с температурой
* Не учитывается влияние продуктов эрозии и диэлектрической жидкости
* Упрощенный механизм удаления материала (только через испарение)

1. Процесс обработки:

* Поиск точки разряда осуществляется по критерию минимального расстояния между электродом-инструментом и заготовкой
* Материал считается удаленным при достижении температуры испарения
* Учитывается охлаждение во время паузы между импульсами

1. Особенности численного решения:

* Используется явная конечно-разностная схема для решения уравнения теплопроводности
* Применяется пошаговый расчет с учетом длительности импульса и паузы
* Предусмотрена возможность моделирования как по количеству импульсов, так и по времени обработки

1. Возможности анализа:

* Визуализация распределения материала и температуры в трехмерном пространстве
* Построение временных зависимостей максимальной температуры и объема удаленного материала
* Расчет показателей производительности процесса

По сравнению с моделью, описанной в научной литературе, данная реализация представляет собой упрощенный вариант, который, тем не менее, позволяет исследовать основные закономерности процесса ЭЭО и получать качественные результаты для оценки влияния различных технологических параметров на процесс обработки.

Основное отличие от полной физической модели заключается в упрощенном подходе к моделированию удаления материала и отсутствии учета гидродинамических явлений. Однако данные упрощения позволяют существенно снизить вычислительную сложность модели при сохранении основных физических закономерностей процесса ЭЭО.

**2.3 Методы использованные при решении**

Рассмотрим подробно математическую основу и методы решения, реализованные в данном коде:

1. Поиск точки разряда:

В модели реализован поиск точки следующего разряда на основе минимального расстояния между электродом-инструментом и заготовкой. Это соответствует физическому принципу возникновения разряда в области наибольшей напряженности электрического поля.

Листинг 1 – Код функции find\_discharge\_point

def find\_discharge\_point(self):

min\_dist = float('inf')

discharge\_point = None

for i in range(self.grid\_size[0]):

for j in range(self.grid\_size[1]):

for k in range(self.grid\_size[2]):

if self.workpiece\_grid[i,j,k] > 0:

dist = np.linalg.norm(np.array([i,j,k]) - self.tool\_position)

if dist < min\_dist:

min\_dist = dist

discharge\_point = np.array([i,j,k])

2. Моделирование плазменного канала:

Радиус плазменного канала рассчитывается по эмпирической зависимости:

Листинг 2 – Код функции calculate\_plasma\_channel\_radius

def calculate\_plasma\_channel\_radius(self):

return 2.4e-5 \* (self.params.current \*\* 0.43) \* (self.params.pulse\_on\_time \*\* 0.44)

3. Распределение теплового потока:

Тепловой поток моделируется с использованием гауссова распределения:

Листинг 3 – Код функции calculate\_heat\_input

def calculate\_heat\_input(self, distance\_from\_center):

r0 = self.calculate\_plasma\_channel\_radius()

energy = self.params.voltage \* self.params.current \* self.params.pulse\_on\_time \* 1e-6

spot\_area = np.pi \* r0 \* r0

q0 = (self.params.energy\_efficiency \* energy) / (spot\_area \* self.params.pulse\_on\_time \* 1e-6)

return q0 \* np.exp(-4.5 \* (distance\_from\_center/r0)\*\*2)

4. Решение уравнения теплопроводности:

Реализован численный метод решения трехмерного уравнения теплопроводности с использованием явной конечно-разностной схемы:

Листинг 4 – Код функции calculate\_cooling

def calculate\_cooling(self, dt):

alpha = self.workpiece.thermal\_conductivity / (self.workpiece.density \* self.workpiece.specific\_heat)

temp\_old = self.temperature\_grid.copy()

for i in range(1, self.grid\_size[0]-1):

for j in range(1, self.grid\_size[1]-1):

for k in range(1, self.grid\_size[2]-1):

if self.workpiece\_grid[i,j,k] > 0:

d2T\_dx2 = (temp\_old[i+1,j,k] - 2\*temp\_old[i,j,k] + temp\_old[i-1,j,k]) / (self.cell\_size\*\*2)

d2T\_dy2 = (temp\_old[i,j+1,k] - 2\*temp\_old[i,j,k] + temp\_old[i,j-1,k]) / (self.cell\_size\*\*2)

d2T\_dz2 = (temp\_old[i,j,k+1] - 2\*temp\_old[i,j,k] + temp\_old[i,j,k-1]) / (self.cell\_size\*\*2)

dT = alpha \* (d2T\_dx2 + d2T\_dy2 + d2T\_dz2) \* dt

В этой части реализовано классическое уравнение теплопроводности:

∂T/∂t = α(∂²T/∂x² + ∂²T/∂y² + ∂²T/∂z²)

5. Теплообмен с окружающей средой:

Дополнительно учитывается конвективный теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона-Рихмана:

Листинг 4 – Продолжение функции calculate\_cooling

h = 50

surface\_area = 6 \* self.cell\_size\*\*2

volume = self.cell\_size\*\*3

T\_ambient = 300

dT\_conv = h \* surface\_area \* (T\_ambient - temp\_old[i,j,k]) \* dt /

(self.workpiece.density \* self.workpiece.specific\_heat \* volume)

6. Обновление температурного поля и удаление материала:

Листинг 5 – Код функции update\_temperature

def update\_temperature(self, discharge\_point):

points = np.stack([x, y, z], axis=-1)

Продолжение листинга 5

distances = np.linalg.norm(points - discharge\_point, axis=-1) \* self.cell\_size

heat\_input = self.calculate\_heat\_input(distances)

dt = self.params.pulse\_on\_time \* 1e-6

dT\_discharge = (heat\_input \* dt) / (self.workpiece.density \* self.workpiece.specific\_heat)

vaporized = self.temperature\_grid > self.workpiece.vaporization\_point

self.workpiece\_grid[vaporized] = 0

7. Моделирование во времени:

Реализовано два подхода к моделированию:

- По количеству импульсов (run\_simulation)

- По времени обработки (simulate\_time\_period)

Листинг 5 – Код функции simulate\_time\_period

def simulate\_time\_period(self, time\_period: float):

total\_pulse\_time = (self.params.pulse\_on\_time + self.params.pulse\_off\_time) \* 1e-6

num\_pulses = int(time\_period / total\_pulse\_time)

Все эти методы в совокупности позволяют моделировать процесс электроэрозионной обработки с учетом основных физических явлений. Модель построена на базе конечно-разностного метода с явной схемой интегрирования по времени, что обеспечивает достаточную точность при относительно небольших вычислительных затратах.

Для визуализации результатов используется библиотека matplotlib, позволяющая отображать как трехмерное распределение материала и температуры, так и временные зависимости различных параметров процесса.

1. **Экспериментальный раздел**

Для проверки адекватности разработанной математической модели электроэрозионного прошивания микроотверстий было проведено компьютерное моделирование процесса с использованием программного обеспечения, реализованного на языке Python. Основной целью эксперимента являлась оценка работоспособности модели и её способности корректно отражать физические процессы, происходящие при электроэрозионной обработке. Для этого в первую очередь следует определиться с параметрами симуляции:

* Размер клетки.
* Размер сетки.
* Параметры работы электроэрозионного станка.
* Материал заготовки и его параметры.
* Длительность симуляции в секундах или в количестве разрядов.

С понижением размера клетки будет повышаться точность. Было решено остановиться на размере в 0.0001 метров (одна десятая миллиметра).

Размер сетки влияет в первую очередь на скорость симуляции. Использовалась сетка со следующими размерностями по осям x, y и z соответственно 20, 20, 10.

Параметры работы электроэрозионного станка были выбраны следующие:

* Длительность импульса: 5 мкс
* Длительность паузы: 4 мкс
* Напряжение: 25 В
* Сила тока: 2.34 А
* Скорость подачи электрода: 0.045 м/с

В качестве материала заготовки была выбрана медь со следующими физическими характеристиками:

* Плотность: 8960 кг/м³
* Теплопроводность: 401 Вт/(м·К)
* Удельная теплоемкость: 385 Дж/(кг·К)
* Температура испарения: 2835 К
* Удельная теплота парообразования: 4730 кДж/кг

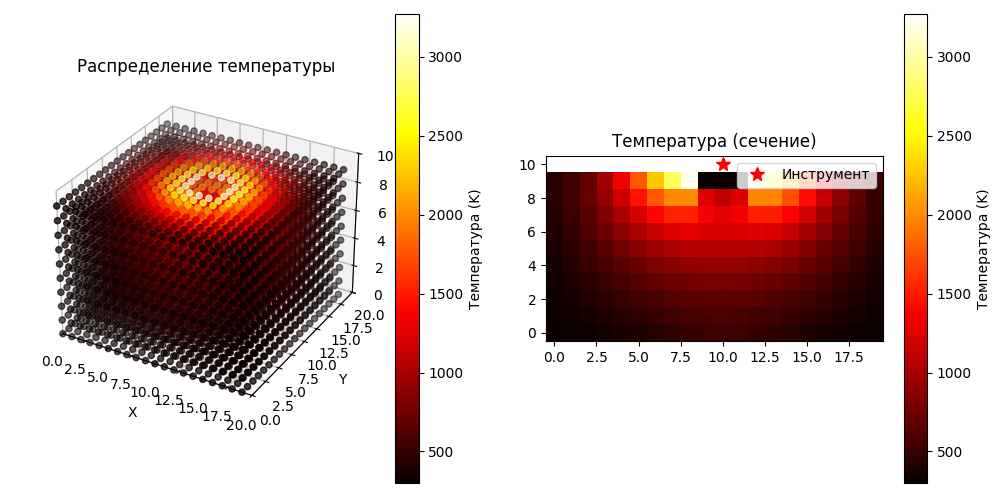
Длительность симуляции была установлена в 50000 импульсов, что при заданных параметрах импульсов позволяет смоделировать около 30 секунд работы станка.

В ходе эксперимента также исследовалось влияние теплообмена с окружающей средой на процесс формирования лунок. Для этого в модель был включен расчет конвективного теплообмена с коэффициентом теплоотдачи 50 Вт/(м²·К) при температуре окружающей среды 300 К.

Результаты моделирования позволили получить:

1. Динамику изменения формы обрабатываемой поверхности
2. Распределение температурных полей в процессе обработки

Результат работы программы представлен на рисунке 1. На нем показано конечное состояние обрабатываемой заготовки. То есть конечная форма обрабатываемой поверхности иЫ распределение температуры.



Сравнение результатов моделирования с известными экспериментальными данными показало адекватность разработанной модели и возможность её использования для прогнозирования результатов электроэрозионной обработки при различных технологических параметрах.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В результате выполнения курсовой работы была разработана и реализована математическая модель процесса электроэрозионного прошивания микроотверстий. В ходе работы были получены следующие результаты:

1. Проведен анализ существующих подходов к моделированию электроэрозионной обработки, который показал необходимость создания комплексной модели, учитывающей как тепловые процессы, так и особенности формирования единичных лунок при последовательных разрядах.
2. Разработана математическая модель, основанная на методе конечных элементов.
3. Создано программное обеспечение на языке Python, реализующее разработанную модель.
4. Проведены вычислительные эксперименты.
5. В результате моделирования получены:

* зависимости положения лунок от расстояния между электродами;
* данные о количестве удаленного материала при единичном акте эрозии;
* характеристики формируемой поверхности;
* показатели производительности процесса.

Дальнейшее развитие работы может быть направлено на:

1. Уточнение модели с учетом дополнительных физических явлений;
2. Расширение возможностей программного обеспечения;
3. Проведение натурных экспериментов для верификации модели;
4. Оптимизацию вычислительных алгоритмов для повышения скорости расчетов.

Полученные результаты демонстрируют работоспособность разработанной модели и возможность её практического применения для симуляции процесса электроэрозионной обработки.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Савицкий В.В. Электроэрозионные методы обработки материалов: учебное пособие для вузов. – Витебск: УО "ВГТУ", 2006. – 276 с.
2. Бхарти Дж., Дхами С.С. Обзор методов моделирования и симуляции в процессе электроэрозионной обработки [Электронный ресурс] // Materialstoday: proceedings – 2023. – URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S2214785323016772 (дата обращения: 01.12.2024).
3. Нгуен Т.З., Волгин В.М. Моделирование электроэрозионного прошивания микроотверстий // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2018. № 12. С. 275-281.